

RO
DE LA
ECA

ROSENBLUETH

CORTANTES Y MOMENTOS
DE VOLTEO SISMICOS
EN EDIFICIOS

TH1095
R683



INSTITUTO DE INGENIERIA

CORTANTES Y MOMENTOS DE VOLTEO SISMICOS EN EDIFICIOS DE CORTANTE

Emilio Rosenblueth

Jorge Elorduy

Enrique Mendoza

ABRIL 1968

166

25

CORTANTES Y MOMENTOS DE VOLTEO SISMICOS EN EDIFICIOS DE CORTANTE

Emilio Rosenblueth
Jorge Elorduy
Enrique Mendoza*

FACULTAD DE INGENIERIA

* Profesores Investigadores, Facultad de Ingeniería, UNAM



CLAS.F. TH1095-R683
ADQUIS. G-27444
FECHA: 1969
PROG.D. Ingeniería
S

RESUMEN

NOTACION

1.	INTRODUCCION	1
2.	JUSTIFICACIONES DE LA REDUCCION EN MOMENTO DE VOLTEO	2
3.	RESPUESTAS DE SISTEMAS DE COMPORTAMIENTO LINEAL	6
4.	VIGA UNIFORME DE CORTANTE	9
5.	FUERZAS CORTANTES EN UNA VIGA UNIFORME	12
6.	COMPARACION CON DISPOSICIONES REGLAMENTARIAS	17
7.	EDIFICIOS CON PLANTAS SUPERIORES RIGIDAS	25
8.	EXTRACTO Y CONCLUSIONES	29
9.	RECONOCIMIENTO	31
10.	REFERENCIAS	31
	TABLAS Y FIGURAS	33



RESUMEN

Se desarrolla un método de análisis sísmico de edificios cuyo comportamiento dinámico puede aproximarse al de vigas uniformes de cortante empotradas en su base. Los temblores se idealizan como procesos gaussianos estacionarios y los resultados se comparan con los que proporciona el criterio de la raíz de la suma de cuadrados, encontrándose poca diferencia para este tipo de estructuras.

Se presentan los diagramas de cortante y momento de volteo correspondientes a espectros de aceleraciones de diseño hiperbólicos y planos.

Al comparar los resultados obtenidos con lo que especifican algunas normas constructivas, se discute la validez de estas.

Finalmente, se analiza el comportamiento dinámico aproximado de edificios de planta baja flexible y plantas superiores extremadamente rígidas, llegándose a conclusiones cualitativas.

NOTACION

- A_1 = aceleración espectral correspondiente al iésimo modo natural
- A_0 = valor específico de la aceleración espectral
- A_1 = aceleración espectral correspondiente al periodo fundamental
- b_i = constante arbitraria
- g = aceleración de la gravedad
- h = altura total del edificio
- i = índice
- J = factor reductivo del movimiento
- j = índice
- k = rigidez por unidad de longitud
- k_1 = rigidez de la planta baja del edificio
- M = momento de volteo
- m = masa por unidad de longitud
- P = probabilidad
- Q = respuesta
- Q_i = respuesta en el iésimo modo
- $q(t)$ = respuesta a una perturbación dada
- S = fuerza cortante
- s = duración del temblor
- T = periodo
- T_1 = periodo fundamental
- T_0 = valor específico del periodo
- t = tiempo
- U = desplazamiento relativo a la base
- V = seudo velocidad espectral

- v = velocidad de propagación de las ondas
 W = peso total del edificio
 x = desplazamiento de la base
 Z = coordenada según el eje longitudinal
 z' = variable de integración
 α_i = coeficiente de participación del i ésimo modo
 β_E = coeficiente de reducción por amortiguamiento
 δ = delta de Dirac
 ϵ = factor adimensional que interviene en la ec 1
 ψ_0 = función de transferencia
 ζ_i = fracción de amortiguamiento crítico en el i ésimo modo natural
 ζ'_i = fracción de amortiguamiento crítico equivalente en el i ésimo modo natural
 ω_i = i ésima frecuencia circular natural que tendría un sistema si careciera de amortiguamiento
 ω'_i = i ésima frecuencia circular natural de un sistema amortiguado

1. INTRODUCCION

Para simplificar el tratamiento matemático, ha sido frecuente tomar las respuestas sísmicas de una viga uniforme de cortante como indicativas de las que corresponden a edificios altos. Hasta ahora los análisis modales de dichas vigas no parecen haber pasado de la hipótesis de que la respuesta de diseño es igual a la suma de valores absolutos o a la raíz de la suma de cuadrados de las respuestas en los modos naturales de vibración.

En el presente trabajo se preserva la viga uniforme de cortante como indicativa de lo que cabe esperar para edificios altos, pero se aplica una teoría mas refinada para combinar las respuestas modales. El estudio se extiende a casos de edificios cuyos pisos superiores son mucho mas rígidos que la planta baja; ello permite establecer conclusiones adicionales de interés práctico.

La atención que aquí se da al momento de volteo obedece a que los criterios que prevalecen en reglamentos de construcción involucran reducciones mucho mas drásticas que las que pueden justificarse teóricamente. Tales reducciones provienen de análisis erróneos y de una experiencia limitada y mal interpretada sobre fallas por momento de volteo, que recientemente se ha enriquecido con muestras dramáticas de la importancia de este fenómeno¹.

El presente análisis supone comportamiento lineal de la estructura e ignora la interacción entre esta y el terreno.

2. JUSTIFICACIONES DE LA REDUCCION EN MOMENTO DE VOLTEO

Solía argüirse que el momento de volteo calculado a partir de la envolvente de fuerzas cortantes de diseño sísmico ameritaba reducción drástica porque no se había observado volcamiento de edificios. Se suponía que esto era sintomático de que las estructuras no fallaban por momento de volteo.

El argumento es falaz, porque el momento en cuestión casi nunca se manifiesta en volcamiento, sino en fallas estructurales. Han sido raros los casos de volcamiento como los del temblor de Niigata en 1964², y se han asociado a condiciones muy especiales del terreno (que en Niigata sufrió licuación). En efecto, las aceleraciones durante un temblor alternan tan rápidamente de signo que es casi inconcebible que se voltee un prisma con las dimensiones de un edificio. Ello no quita que la cimentación suela moverse y deformarse causando daños en la vía pública y daños secundarios en la superestructura. Por otra parte, las fallas atribuibles a momento de volteo ocurren generalmente en miembros estructurales sujetos a combinación de fuerza longitudinal, flexión y corte, lo que dificulta un diagnóstico y fácilmente se atribuyen a fuerza cortante sísmica. Ello explica que los efectos del momento de volteo hayan pasado inadvertidos durante mucho tiempo, y que hayan tenido y

tengan aceptación métodos que yerran seriamente del lado de la inseguridad en este concepto.

La situación cobra actualidad debido a tendencias arquitectónicas extremas y a que tienden a tornarse más realistas las fórmulas de diseño para columnas de concreto reforzado, que hasta fecha reciente pecaban del lado conservador para columnas sujetas a cargas con excentricidades pequeñas.

Si bien aquella interpretación errónea de la experiencia carece de validez, existen buenas razones para que el diseño reconozca momentos de volteo menores que la integral de las fuerzas cortantes sísmicas de diseño:

- a. Las fuerzas cortantes no alcanzan sus máximos simultáneamente en todos los niveles.
- b. La envolvente que resulta de un análisis estático proviene de una distribución simplificada de las aceleraciones horizontales, tal como una variación lineal que va desde cero en la base de la estructura hasta un máximo en el extremo superior de esta. Si las aceleraciones supuestas suministran el valor "correcto" de la fuerza cortante en algún nivel del inmueble, es casi seguro que las sobrestiman en los demás niveles. Por tanto, la integral de las fuerzas cortantes estará sistemáticamente sobrestimada cuando estas resulten de un análisis estático.
- c. Casi la totalidad de las estructuras exhiben una gran ductilidad que por razones económicas es indispensable que se desarrolle ante la acción de macrosismos. Durante movimientos intensos un edificio

cederá plásticamente en algunos niveles. Dado que todo temblor difiere mucho, en sus detalles, de todos los demás temblores, es imposible que la cedencia plástica ocurra en todos los entrepisos para todos los movimientos intensos. Necesariamente, por lo menos ante algunos macrosismos, solo uno o unos entrepisos⁺ excursionarán en el rango plástico y el resto de la estructura permanecerá en el intervalo de comportamiento prácticamente lineal, si sus relaciones fuerza-deformación son estrictamente elastoplásticas. La cedencia parcial obra a manera de los fusibles de un circuito eléctrico, impidiendo que se alcancen las fuerzas cortantes de diseño en el resto de la estructura. Por consiguiente, la integral de las fuerzas cortantes quedará sobrestimada sistemáticamente al adoptar para estas los valores de diseño.

- d. En ciertas estructuras, el costo que implica resistir momentos de volteo importantes al nivel de cimentación es exageradamente grande en comparación con el que involucra tomar fuerzas cortantes congruentes con esos momentos de volteo. Además, los modos de falla asociados a dichos momentos pueden estar confinados a una redistribución de fuerzas en superestructura o a daños leves en las aceras que rodean al edificio. En tales condiciones, el equilibrio entre eco-

⁺ Damos aquí a "entrepiso" la acepción que introdujo Melchor Rodríguez Caballero: la porción del edificio comprendida entre dos pisos consecutivos.

nomía y seguridad (propiamente entre inversión inicial y costo probable de los daños por sismo) lleva a reducciones en el momento de volteo que se ha de adoptar para diseño.

Las dos primeras razones expuestas en pro de reducir los momentos de volteo no rezan cuando el método de análisis es dinámico. En consecuencia, la comparación de resultados de análisis estático y dinámico ofrece una manera de cuantificar las reducciones que se justifican por estos dos primeros conceptos.

Las primeras tres razones no operan en estructuras de un piso cuya masa puede idealizarse como rígida y concentrada en la azotea. Por exigencias de equilibrio, el momento de volteo es igual a la fuerza cortante multiplicada por la altura del edificio. El mismo argumento lleva a concluir que no debe haber reducción en el momento de volteo del último entrepiso de un edificio.

La defensa de índole económica que se hace en el cuarto de los puntos expuestos solo vale para ciertas estructuras. Por ejemplo, cuando la falla por momento de volteo puede implicar falla de columnas en compresión o en flexo compresión, no se justifica reducción alguna por este concepto. En atención a ello no propugnaremos en este trabajo reducciones que se justifiquen únicamente por consideraciones económicas; que da entendido que en los casos en que tal justificación sea manifiesta, el diseñador la tomará en cuenta.

Tampoco intentaremos valuar la reducción debida al ter-

cero de los conceptos enunciados (ductilidad), ya que su aplicabilidad es sensible a las rigideces que tienen los elementos estructurales después de que se inicia su cedencia plástica. Además, es inevitable que, si ninguna parte de la estructura está subdiseñada con respecto a un cierto criterio, algunas partes (la mayoría de los elementos estructurales) se hallen sobrediseñadas con referencia a ese mismo criterio. Ello trae consigo aumentos probables en los momentos de volteo, pues ocasionalmente habrá sismos que hagan que la estructura aproveche esas reservas adicionales de carácter local.

Queda por tanto la valuación de las reducciones que se apoyan en los dos primeros argumentos presentados (no simultaneidad de las cortantes máximas, y simplificación de la envolvente) y la comparación, con criterios usuales, de los resultados que se obtengan.

3. RESPUESTAS DE SISTEMAS DE COMPORTAMIENTO LINEAL

Consideremos un sistema que posee modos naturales de vibración, en el sentido clásico. Supongámoslo sujeto a una familia de temblores que pueden idealizarse como segmentos, todos ellos de la misma duración, de un proceso estocástico estacionario. Si la duración de los movimientos es grande en comparación con el periodo fundamental de vibración del sistema, y si este periodo es, a su vez, mucho mayor que los periodos dominantes de los acelerogramas de los temblores en cuestión, se demuestra³ que las respuestas de diseño del sistema están dadas aproximadamente por la relación

$$Q^2 = \sum_i Q_i^2 + \sum_{i \neq j} \frac{Q_i Q_j}{1 + \epsilon_{ij}} \quad (1)$$

en la cual

Q = respuesta del sistema, con probabilidad P de ser excedida al menos una vez

Q_i = respuesta en el i ésimo modo natural de vibración, con probabilidad P de que Q_i o $-Q_i$ sea excedida al menos una vez; Q_i ha de tomarse con el mismo signo que el de la correspondiente función de transferencia cuando esta alcanza su valor máximo absoluto

$$e_{ij} = \frac{\omega_j' - \omega_i}{\zeta_i' \omega_j + \zeta_j' \omega_i}$$

ω_i = i ésima frecuencia circular natural del sistema, calculada como si este careciera de amortiguamiento

ω_i' = $\omega_i \sqrt{1 - \zeta_i'^2}$ = i ésima frecuencia circular natural del sistema amortiguado

ζ_i' = fracción del amortiguamiento crítico equivalente que el sistema posee en el i ésimo modo natural; se calcula de la relación

$$\zeta_i' = \zeta_i + \frac{2}{\omega_i s}$$

ζ_i = fracción del amortiguamiento crítico en el i ésimo modo natural

s = duración de cada temblor, es decir, duración de cada segmento del proceso estocástico estacionario que idealiza a la familia de temblores

Si $\max e_{ij}^2 \ll 1$, la ec 1 suministra resultados que difie-

ren poco de los que arroja la relación mas usual y mas simple

$$Q^2 = \sum_i Q_i^2 \quad (2)$$

Esta equivalencia aproximada se cumple cuando las frecuencias de los modos naturales que contribuyen apreciablemente a Q difieren lo suficiente entre sí de acuerdo con la definición de ϵ_{ij}

En ciertas estructuras sujetas a ciertos tipos de perturbación, resulta preferible omitir el análisis modal y proceder directamente con las funciones de transferencia. Se define la función de transferencia ψ_q como la respuesta a la perturbación consistente en la aceleración $\delta(t)$, donde δ es la función delta de Dirac. Las estructuras a que nos referimos son aquellas para las que las funciones ψ_q son periódicas, con periodo corto en comparación con la duración de las perturbaciones. Estas estructuras carecen de amortiguamiento. Si la perturbación es tal que sus ordenadas espectrales de seudovelocity para fines de diseño son independientes del periodo natural en el intervalo de periodos que interesa, podemos valorar la distribución de las respuestas de diseño a partir de la relación

$$Q^2 \propto \int_{t_1}^{t_1+T} \psi_q^2 dt \quad (3)$$

donde t_1 es cualquier valor de t tal que $\psi_q(t)$ no es idénticamente nula para $t < t_1$ y T es el periodo de ψ_q . En estas condiciones también es válida la ec 2. La constante de proporcionalidad que implica la ec 3 puede valorarse por compara

ción con las respuestas de diseño en sistemas conservadores de comportamiento lineal con un grado de libertad, sujetos a este tipo de perturbación.

Las ecs 2 y 3 también son aplicables al análisis de sistemas cuyas funciones de transferencia son ondas periódicas amortiguadas. Tal sucede cuando los grados de amortiguamiento de los modos naturales son proporcionales a los periodos de vibración correspondientes, si al suprimir el amortiguamiento, las funciones de transferencia satisfacen el criterio establecido al enunciar la ec 3. La constante de proporcionalidad se halla entonces tomando como base las respuestas de sistemas amortiguados con un grado de libertad.

Un caso particular de las perturbaciones consideradas en relación con la ec 3 es una familia de acelerogramas consistentes en segmentos finitos de ruido blanco. Las aceleraciones espectrales son entonces inversamente proporcionales al periodo.

4. VIGA UNIFORME DE CORTANTE

Adoptaremos como primera idealización de edificio una viga uniforme en la que la pendiente en cada sección es proporcional a la fuerza cortante que allí obra. Supondremos la viga empotrada en su base y libre en el extremo superior.

Si llamamos S a la fuerza cortante y u al desplazamiento relativo a la base, la hipótesis de comportamiento puede ponerse en la forma

$$S = k \frac{\partial u}{\partial z}$$



(4)

G-27444

en la cual k es la rigidez de un tramo unitario de viga y z es la ordenada medida a lo largo del eje de la pieza, de su base hacia arriba.

Se desprende de aquí y del principio de D'Alembert que mientras no obren fuerzas externas en la viga, se cumple la ecuación diferencial

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

en la que t representa tiempo, $v = \sqrt{k/m}$ es la velocidad de transmisión de ondas en la pieza, y m es la masa de un tramo unitario de la misma. Las condiciones de frontera son

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad u \Big|_{z=0} = X$$

donde h es la altura del edificio y X es el desplazamiento de la base.

Los modos naturales de vibración de la viga son las funciones características que satisfacen la ec 5 con $X = 0$ en las ecs 5:

$$u_i = b_i \operatorname{sen} \frac{(2i-1)\pi z}{2h} \quad (6)$$

Aquí b_i es una cantidad arbitraria con unidades de longitud y

$$\omega_i = \frac{(2i-1)\pi v}{2h}, \quad i=1,2,3\dots \quad (7)$$

es la i ésima frecuencia circular natural, de manera que los periodos naturales de vibración están dados por

$$T_i = \frac{4h}{v}, \quad T_i = \frac{T_1}{(2i-1)} \quad (8)$$

Si la viga tiene amortiguamiento interno, generalmente

carece de modos naturales de vibración en el sentido clásico⁺. Mas si el grado de amortiguamiento es pequeño, se comete poco error al analizarla como si poseyera dichos modos. En estas condiciones, la respuesta de un sistema a un temblor $x(t)$ puede escribirse en la forma

$$u(t) = \sum_i \alpha_i u_i \int_0^t X(\tau) e^{-\zeta_i \omega_i (t-\tau)} \text{sen } \omega_i (t-\tau) d\tau \quad (9)$$

en la cual

$$\alpha_i = - \frac{\int_0^h m u_i dz}{\omega_i \int_0^h m u_i^2 dz} \quad (10)$$

o aprovechando el hecho de que \underline{m} es independiente de \underline{z} ,

$$\alpha_i = - \frac{\int_0^h u_i dz}{\omega_i \int_0^h u_i^2 dz}$$

Sustituyendo u_i de la ec 6, resulta

$$\alpha_i = - \frac{8h}{(2i-1)^2 \pi^2 b_i \nu \sqrt{1-\zeta_i^2}} \quad (11)$$

Calculados los desplazamientos \underline{u} se obtienen las cortantes S , en función del tiempo, aplicando la ec 4. Los momentos de volteo, M , se obtienen de la relación

$$M(z, t) = \int_z^h S(z', t) dz' \quad (12)$$

⁺ Véase la ref 4 en cuanto a una condición necesaria y suficiente para que un sistema posea modos clásicos.

En la práctica no se dispone de los acelerogramas $x(t)$ de temblores futuros, sino de las ordenadas de espectros de diseño. La expresión $|a_i u_i A_i / \omega_i'|$ suministra el desplazamiento máximo con respecto al terreno en el i ésimo modo cuando A_i representa la ordenada del espectro de aceleraciones que corresponde al i ésimo periodo natural con amortiguamiento ζ_i . De aquí que

$$S_i = \left| \frac{a_i A_i k}{\omega_i'} \frac{du_i}{dz} \right|$$

suministre el valor absoluto máximo de la fuerza cortante en ese modo, y resta el problema de combinar entre sí estas respuestas modales. La ec 12 permite plantear el problema en iguales términos para los momentos de volteo máximo en los modos naturales de vibración.

Las funciones de transferencia pueden calcularse combinando las respuestas modales a un pulso unitario o bien aplicando el método de las características como lo describe Westergaard⁵. Se obtienen las funciones que presenta la fig 1a para cortantes y la 1b para momentos de volteo.

5. FUERZAS CORTANTES EN UNA VIGA UNIFORME

Consideremos primeramente una viga carente de amortiguamiento sujeta a temblores cuyo espectro de aceleraciones de diseño es hiperbólico

$$A = A_0 T_0 / T \quad (13)$$

Aquí A_0 y T_0 representan valores específicos de la aceleración espectral y del periodo natural de vibración. El espectro de pseudovelocidades correspondiente es independiente del

periodo: $V = A_0 T_0 / 2\pi$. Aquí V denota la ordenada de diseño de dicho espectro. Se trata por tanto de movimientos cuyos acelerogramas son segmentos de ruido blanco. Aplicando la ec 3 con las funciones de transferencia que muestra la fig 1a, obtenemos las fuerzas cortantes de diseño.

$$S = mv V \left(2(1-z/h) \right)^{1/2} \quad (14)$$

La constante de proporcionalidad, $\sqrt{2}$, se obtuvo notando que la función de transferencia para pseudovelocidad en un sistema lineal conservador con un grado de libertad, de frecuencia circular natural ω_1 , es $\text{sen} \omega_1 t$, por lo que $\int_0^T \psi_v dt = T/2$ mientras que $\int_{t_1}^{t_1+T} \psi_s^2 dt = (1-z/h)mv$. La ec 14 se puede deducir también usando las ecs 4-11 y sustituyendo las fuerzas cortantes modales en la ec 2.

La distribución de cortantes que hemos deducido es una parábola de segundo grado con vértice en la azotea del edificio (línea llena en la fig 2a).

Procediendo en forma análoga con las funciones de transferencia que ilustra la fig 1b o mediante un análisis modal y la aplicación de la ec 2, encontramos para los momentos de volteo

$$M = mh v V \left((2/3)(1-z/h)^3 \right)^{1/2} \quad (15)$$

(línea llena en la fig 2b).

Este resultado ha de compararse con el diagrama que se obtiene integrando las fuerzas cortantes que suministra la ec 14:

$$\int_z^h s(z') dz' = (2/3) mh v V \left(2(1-z/h)^3 \right)^{1/2}$$

El cociente de N a esta integral es independiente del nivel y vale $(2/3)^{1/2} (2/3)^{-1} 2^{-1/2} = \sqrt{3}/2 = 0.866$. Es decir, el momento de volteo a cualquier altura se obtiene integrando el diagrama de cortantes desde ese nivel hasta la azotea y afectando el resultado por 0.866. Vale recalcar que este coeficiente reductivo obedece exclusivamente a que las fuerzas cortantes máximas en los diversos niveles no ocurren simultáneamente.

También interesa conocer las cortantes y momentos que corresponden a perturbaciones cuyo espectro de diseño posee aceleraciones, A , constantes en el rango de periodos iguales o menores que el fundamental de la estructura. Usando análisis modal y la ec 2, hallamos

$$S = \frac{0.816 WA}{g} \left(1 - 3(z/h)^2 + 2(z/h)^3 \right)^{1/2} \quad (16)$$

$$M = \frac{16WAh}{\pi^3} \left(\sum_i \frac{1}{(2i-1)^6} \left[(-1)^{i+1} \operatorname{sen} \frac{(2i-1)\pi z}{2h} \right]^2 \right)^{1/2} \quad (17)$$

Estos diagramas se muestran en las figs 3 a y b. Los trazos de raya y punto en las figs 2 y 3, representan las respuestas correspondientes al modo fundamental. Se aprecia que el espectro de aceleración constante origina respuestas más próximas al modo fundamental que el espectro de seudo-velocidad constante. Esta prevalencia del modo fundamental se debe a que los coeficientes de las funciones trigonométricas en la expresión a que da lugar la ec 2 para la fuerza cortante son proporcionales a $(2i-1)^{-2}$ para espectro hiperbólico de ace-

laciones, mientras que para espectro constante lo son a $(2i - 1)^{-4}$; en el primer caso están en la proporción 1:1/9:1/25 ...; en el segundo 1:1/81:1/625 ... Algo análogo ocurre con las ecuaciones correspondientes al momento.

La prevalencia del modo fundamental hace que los momentos de la ec 17 difieran poco de la integral de las cortantes que da la ec 16. En efecto, el factor reductivo vale ahora 0.989.

Si el edificio analizado tuviera grados de amortiguamiento proporcionales a sus periodos naturales, las distribuciones que hemos calculado de las respuestas seguirían siendo válidas y bastaría introducir las de un factor reductivo constante igual al que tendría un sistema con un solo grado de libertad y mismo periodo natural y grado de amortiguamiento que el modo fundamental del edificio. Esta situación se justificaría aproximadamente si toda pérdida de energía en el edificio obedeciera a retroalimentación al terreno debida a una interacción con este que consistiera solo en desplazamientos horizontales de la base de la estructura. Tal hipótesis es poco realista, pues la interacción involucra también movimientos de "meceдора" de la base, que suelen ser mas importantes que los de traslación. Además el grado de amortiguamiento interno depende poco del periodo natural.

Atendiendo a estas consideraciones, analizaremos un edificio que posea 5 por ciento de amortiguamiento en cada uno de sus modos naturales de vibración. Como perturbaciones tomaremos las que define el espectro estipulado en la ec 13, con

una duración igual a veinte veces el periodo fundamental. Sin embargo, para periodos naturales menores que $0.2T$, tomaremos el espectro de aceleraciones como definido por

$$A = A_0 T_0 / 0.2 T, \quad (18)$$

Este cambio con respecto a la ec 13 tiene por objeto acercar el espectro de diseño a una forma usual en los reglamentos. En la fig 4 se muestran el espectro que especifica la ec 13 y su modificación según la ec 18.

En las figs 5 a y b se muestran las distribuciones de cortantes y momentos correspondientes al espectro de la fig 4 b y al de aceleración espectral constante. Para este espectro se calculó la respuesta de acuerdo con el criterio de la ec 2 (línea llena), comparando con las respuestas obtenidas al aplicar la ec 1.

Para aplicar el criterio mas refinado que expresa la ec 1, debemos calcular los amortiguamientos equivalentes ζ_i . Estos se consignan en la tabla 1.

Al comparar los resultados del momento y la cortante en la base, se concluye que la ec 1 proporciona un incremento insignificante en

fuerza cortante que cuando usamos el criterio mas simple, mientras que el cambio en momentos de volteo es imperceptible.

6. COMPARACION CON DISPOSICIONES REGLAMENTARIAS

Los reglamentos usuales piden que la fuerza cortante en la base del edificio se tome igual a un coeficiente por el peso del inmueble. Dicho coeficiente es función del periodo fundamental de la estructura. La disposición es también aplicable a sistemas con un solo grado de libertad. Por tanto, el coeficiente de cortante basal, multiplicado por la aceleración de la gravedad, suministra las aceleraciones espectrales de diseño. Estas involucran en sí reducciones por amortiguamiento inelástico. En vista de que en el presente artículo solo consideramos comportamiento elástico, para fines de comparación debemos suponer que el producto de la gravedad y los coeficientes reglamentarios es igual a las aceleraciones espectrales que implican los reglamentos. En todos los casos el efecto del amortiguamiento de la estructura se supone incorporado en espectro de diseño.

Notemos inicialmente que es fácil demostrar la validez de la siguiente cota superior al coeficiente de cortante basal aplicable a toda estructura de cortante: Si para periodos no mayores que T_1 (periodo fundamental de la estructura), las aceleraciones espectrales $A(T)$ no exceden a las de la hipérbola que pasa por el punto de abscisa T_1 y ordenada A_1 , es decir, si $A(T) \leq A_1 T_1 / T$ para $T \leq T_1$, la fuerza cortante basal no excede a $(A_1/g)W$, donde g es la aceleración de la gravedad y W el peso de la estructura. Por otra parte, la fuerza cortante ba-

sal es cuando menos igual a la del modo fundamental de vibración, y en edificios con más de un piso es necesariamente mayor que esta.

Todas las soluciones que hemos obtenido satisfacen estos límites. Por ejemplo, la mayor de las fuerzas cortantes basales corresponden al edificio carente de amortiguamiento con espectro de aceleraciones hiperbólico. Según la ec 14, la cortante basal vale $mV \sqrt{2}$. Pero $gh=W$; aprovechando la relación entre seudo velocidad y aceleración espectral, vemos que la cortante basal puede ponerse en la forma $(4 \sqrt{2}/2\pi)(A_1/g)W = 0.900 (A_1/g)W$. A la vez, esta fuerza cortante es igual a la del modo fundamental por $\pi/2 \sqrt{2} = 1.111$.

El hecho de que los reglamentos marquen como fuerza cortante basal $(A_1/g)W$, introduce un pequeño error del lado de la seguridad a este nivel. En esta aseveración se entiende que A_1 está afectada del factor reductivo por amortiguamiento que corresponde al periodo fundamental.

En la fig 6 se comparan las distribuciones de cortante que hemos calculado y la que se obtendría aplicando la disposición reglamentaria usual. En esta la cortante basal se toma igual a $(A_1/g)W$ y la distribución de 3 proviene de suponer una variación lineal de aceleraciones horizontales, desde cero en la base hasta un máximo en la azotea.

Las curvas que muestra la fig 6 están tomadas de las que presentamos en figuras anteriores. Están ajustadas para que las cortantes queden en términos de la aceleración espectral que corresponde al periodo fundamental, corregida por efecto

de amortiguamiento cuando así procede. Estas distribuciones de cortante tienen el siguiente interés práctico:

1. El espectro hiperbólico. Si bien toda estructura tiene amortiguamiento diferente de cero y además el espectro aquí supuesto implica aceleración infinita, esta condición lleva a respuestas que se aproximan a las de edificios muy altos, poco amortiguados, sobre terreno firme en sitios donde predominan los temblores de foco cercano. Se presenta la comparación para destacar que los reglamentos subestiman seriamente las fuerzas cortantes en los últimos pisos de estas estructuras.
2. El espectro plano. Cabe suponer que el espectro especificado implica un amortiguamiento moderado y que se aproxima a los espectros que han de usarse en condiciones en que predominan los temblores de gran magnitud y foco lejano, sobre capas potentes de terreno blando que amplifican los periodos largos.

Concluimos que en el caso 2 es satisfactoria la distribución de cortantes a que conducen las disposiciones reglamentarias. Sin embargo, sería aventurado extrapolar esta conclusión a edificios no uniformes o a aquellos en que la flexión de conjunto jugara un papel importante. De hecho se sabe que en multitud de condiciones prácticas, los criterios reglamentarios subestiman las respuestas de la porción superior de los edificios.

Las fuerzas cortantes reglamentarias y los momentos de volteo que se obtienen integrando estas cortantes están dados

por las expresiones

$$S = (A_1/g) W (1 - z^2/h^2)$$

$$M = (A_1/g) (Wh/3) \left(2 - (z/h) (3 - z^2/h^2) \right)$$

Haciendo $z = 0$ en la última expresión, hallamos el momento de volteo basal de $(2/3)(A_1/g)Wh$ que resultaría de un análisis estático. Este valor se compara en la tabla 2 con el que se obtendría integrando los diagramas de cortante de los dos casos analizados y con el resultante del cálculo dinámico de acuerdo con los cánones que establecimos al principio de esta sección. El renglón titulado J contiene los factores reductivos que se obtienen de dividir los momentos basales calculados dinámicamente entre la integral de la fuerza cortante calculada estáticamente. Estos cocientes son menores en todos los casos que al resultado de dividir el momento de volteo basal proporcionado para el reglamento entre la integral de las cortantes calculadas dinámicamente para el espectro y el amortiguamiento correspondientes. La situación se explica porque el diagrama de cortantes estáticas excede, en promedio, a las cortantes dinámicas. Por tanto, los valores de J que contiene la tabla 2 incorporan ambas causas de reducción: la proveniente de que el diagrama de cortantes estáticas es en general una aproximación conservadora al diagrama dinámico (se exceptúa solo la porción superior del edificio en el caso $\xi = 0$ y espectro hiperbólico) y la que proviene de la no simultaneidad de las cortantes máximas en los diversos entrepisos del inmueble.

A diferencia de lo que acontecía cuando comparábamos momentos de volteo calculados dinámicamente con la integral de las cortantes obtenidas en igual forma, en que el coeficiente reductivo era independiente de la elevación sobre el terreno, al comparar con la integral de cortantes estáticas, encontramos que el coeficiente varía a lo alto del edificio, como se aprecia en la fig 7, en la que, incluso, se requeriría un coeficiente de incremento en la porción superior del edificio.

Hay reglamentos[†] que piden que el momento de volteo se calcule a cada nivel como el producto de la fuerza cortante que allí obra y la distancia del nivel considerado al centro de gravedad de la porción del edificio que se halla arriba de ese nivel. En estructuras cuya masa por unidad de altura es constante, este criterio da como coeficiente reductivo de los momentos de volteo la expresión

$$J = \frac{(3/2)(1-z/h)(1-z^2/h^2)}{2-(z/h)(3-z^2/h^2)} \quad (19)$$

Este cociente varía desde 0.750 en la base hasta 1 en la azotea (fig 8). Es conservador salvo en la porción inferior del edificio, en que da errores menores de 5 por ciento, y en general menores de 3 por ciento. Dado que existen otras causas que justifican una ligera reducción adicional a las que hemos analizado y que cuando este criterio yerra del lado de la seguridad no lo hace de manera exagerada, concluimos que es satisfactorio.

[†]Los de México, D. F., Acapulco, Guerrero, y San Salvador, El Salvador (véase la ref 8).

El segundo criterio que deseamos examinar ha servido de base para la correspondiente disposición de numerosos reglamentos importantes⁺. En él se especifica el coeficiente reductivo para momento basal como

$$J = \begin{cases} 1 & \text{si } T_1 \leq 0.35 \\ 0.5 T_1^{-2/3} & \text{si } 0.35 \leq T_1 \leq 1.84 \\ 0.33 & \text{si } 1.84 \leq T_1 \end{cases}$$

T_1 en segundos

Para valores moderados de T_1 (en exceso de unos 0.6 seg), este criterio yerra del lado de la inseguridad cualquiera que sea el espectro de diseño que se considere, y para T_1 en exceso de 1 seg, el error es seriamente objtable.

No puede justificarse lo drástico de esta reducción con base en ninguna forma de espectro de diseño, pues hemos visto que el momento de volteo necesariamente excede al del modo fundamental. En la base, el momento debido a este modo vale $(15/\pi^3)(A_1/g)Wh = 0.516(A_1/g)Wh$ (salvo por un factor que depende de ζ_1 , y que es prácticamente igual a 1 cuando $\zeta_1 \ll 1$). Por tanto, no hay espectro de diseño que justifique J menor que $0.516/0.667 = 0.775$ en un edificio idealizable como viga uniforme de cortante. La situación generalmente es aun menos favorable si se adoptan idealizaciones mas realistas de la estructura.

⁺ El de la Asociación de Ingenieros Estructurales de California (SEAOC), que a su vez forma el núcleo del Uniform Building Code y del de Los Angeles, Cal., e influyó en el de Nueva Zelandia y en el de Chile (véase la ref 8).

¿Cómo explicar entonces la adopción tan generalizada de una disposición tan errada, incluso tan peligrosa? Por una parte está la experiencia insuficiente y mal interpretada; por otra el análisis erróneo.

La experiencia ha sido escasa porque las fórmulas para diseño de columnas por fuerza axial han sido, en general, más conservadoras que las usadas en diseño de conexiones y en el de vigas sujetas a flexión o a tensión diagonal. Además, en zonas sísmicas ha sido poco usual el proyecto de edificios muy esbeltos en los que ofreciera serio peligro la posibilidad de falla de columnas por fuerza axial debida a momento de volteo. El temblor de Caracas, 1967, puso de relieve la realidad de tal peligro en edificios muy esbeltos¹.

La interpretación de la experiencia habida se ha dificultado por las razones que expusimos al principio de este artículo.

El análisis erróneo se halla en el artículo⁹ que ha servido de base para lo concerniente a este concepto en numerosos reglamentos. Se adopta allí un espectro de diseño para las fuerzas cortantes que varía, en casi todo el rango de interés, con la potencia $-1/3$ del periodo. Una vez cuantificadas las cortantes de varios edificios altos en los tres primeros modos naturales de vibración, se suman para cada edificio sus valores absolutos y se integra la suma a lo alto del edificio. El resultado se compara con la suma de los valores absolutos de los momentos basales calculados también para los tres primeros modos naturales pero usando otro espectro de diseño. El segun

do espectro tiene la misma ordenada máxima que el primero, pero en la mayor parte del rango de interés sus aceleraciones varían como el recíproco del periodo natural. El cociente de las ordenadas del segundo a los del primer espectro, salvo para periodos muy breves, es .398 por la potencia $-2/3$ del periodo. El coeficiente .398 difiere del 0.5 de la expresión que se obtiene para J , en parte por la influencia de los modos superiores y porque se pretendió introducir un error consciente del lado de la seguridad. Estas diferencias son menores. Lo que importa es que, prácticamente, J representa el cociente de las aceleraciones de dos espectros distintos: uno para diseño cortante y otro para valuar los momentos de volteo.

Podría argüirse que el espectro con aceleraciones proporcionales a $T_1^{-1/3}$ se justifica por razones de incertidumbre en los periodos calculados, por consideraciones sobre comportamiento inelástico y, quizás, por consideraciones económicas. De ser este el caso, los mismos argumentos regirían para el espectro que se tomara para valuar los momentos de volteo. No se justifica, por tanto, el razonamiento que conduce a estas severas reducciones.

Varios reglamentos⁺ estipulan que, una vez calculado el momento en la base, se suponga variación lineal de los momentos de volteo desde allí hasta cero en la azotea. Como la masa de esta es casi siempre pequeña al lado de la del resto del edificio, tal criterio sobrestima mucho los momentos de la par-

⁺ SEAOC, Uniform Building Code, Los Angeles, etc.⁸

te superior del edificio, casi cualquiera que sea el momento basal. Ello suele carecer de importancia, pues el elevado costo de resistir momentos de volteo grandes se concreta casi siempre a la base del edificio.

A pesar de este comentario, el criterio expresado en la ec 19 es mas adecuado pues no ocasiona errores grandes, si bien requiere un poco mas de cálculo.

Ningún método estático conocido suministra un criterio del todo adecuado para distribuir los momentos de volteo entre elementos resistentes de muy diversa rigidez ni en edificios con rematamientos. Esto es cierto también de los dos métodos que hemos discutido. Desde luego, la disposición que contienen algunos reglamentos, en cuanto a que los momentos de volteo se repartan en proporción a las rigideces relativas de los elementos resistentes, no puede ser válida en general. Lo que procede es tomar para diseño los momentos de volteo calculados estáticamente sin reducción en los elementos resistentes en que existan estas fuentes de incertidumbre y reducirlos según el primero de los criterios donde se pueda asegurar que ello es conservador, y, cuando esta práctica resulta demasiado conservadora, acudir a análisis dinámico.

7. EDIFICIOS CON PLANTAS SUPERIORES RIGIDAS

La experiencia de Caracas ha llevado a algunos ingenieros consultores a pensar que la situación en cuanto a momentos de volteo empeora cuando todo un edificio se resuelve con estructura rígida salvo su planta baja, que permanece flexible. En lo que resta del presente artículo, examinaremos esta

solución estructural, exagerándola mediante la hipótesis de que, a excepción de la planta baja, todo el edificio es infinitamente rígido. Seguiremos suponiendo que la masa del inmueble está uniformemente distribuida a lo largo de toda su altura. Y confinaremos el estudio a dos espectros de aceleraciones: el hiperbólico y el plano.

Dadas nuestras hipótesis, la estructura se comportará, en la dirección que analizamos, como un sistema de un solo grado de libertad. Sea \bar{T}_1 su período natural y sea h_1 la altura de la planta baja. (El número de pisos será en general algo menor que h/h_1 .) Como hemos supuesto que la rigidez del edificio uniforme era k en una altura unitaria, la rigidez de la planta baja será k/h_1 . Por consiguiente, $\bar{T}_1 = 2(Wk_1/gk)^{1/2}$. En el edificio uniforme teníamos, según la primera ec 8, $\bar{T}_1 = 4h/v = 4(Wh/gk)^{1/2}$. Por tanto, $\bar{T}_1/T_1 = (\pi/2)(h_1/h)^{1/2}$.

Con espectro hiperbólico, la variación en período fundamental se traduce en un aumento de la aceleración espectral correspondiente en la razón $(2/\pi)(h/h_1)^{1/2}$. La cortante basal aumenta entonces en la proporción de 1/0.900 por este mismo coeficiente, es decir, proporcionalmente a $(h/2h_1)^{1/2}$. A lo alto del edificio la cortante varía ahora de manera lineal. Ello es más favorable cerca de la azotea que la parábola que resulta en el edificio con rigidez uniforme.

Si $h_1/h \ll 1$, el momento de volteo será ahora sensiblemente igual a la fuerza cortante de la base por la mitad de la altura del edificio, es decir,

$$M = (2/\pi)(h/h_1)^{1/2} (A_1/g)Wh/2$$

Comparando con $(2/\pi)(2/3)^{1/2}(A_1/g)Wh$ que obtuvimos con rigidez uniforme, notamos un aumento en la relación $(3h/8h_1)^{1/2}$.

Concluimos de esta comparación que mientras la fuerza basal aumenta en un factor $(h/2h_1)^{1/2}$, el momento de volteo en el mismo sitio aumenta en un factor igual a este por $(3/4)^{1/2} = 0.866$. Es decir, la rigidez de las plantas superiores resulta ligeramente mas desfavorable para la cortante que para el momento de volteo en la base del edificio.

(El aumento en cortante con $h/h_1 = 18$, por ejemplo, resultaría de 400 por ciento. En realidad el incremento sería mucho menor, pues en toda situación práctica se distaría mucho de la rigidez infinita de las plantas superiores. Ello no invalida la conclusión anterior en lo cualitativo.)

Con espectro de aceleraciones plano, el cambio en periodo fundamental sólo introduce como factor de incremento en la cortante basal el que se deduce de la ec 16, es decir $1/0.816 = 1.225$, mientras que el momento de volteo en la base disminuye en la relación $0.500/0.516 = 0.968$. Nuevamente encontramos que la rigidez de las plantas superiores es mas desfavorable para la cortante que para el momento.

El comportamiento de estos edificios se explica esencialmente en función de lo que les ocurre fuera del rango elástico. El exceso de rigidez de las plantas altas va casi inevitablemente asociado a un exceso de resistencia en las mismas. Ello obliga a que la absorción de energía por deformación inelástica, que se requiere para abatir las aceleraciones de diseño a valores razonables, no se reparta en la estructura, sino ten-

ga que ocurrir casi en su totalidad en la planta baja. Por tanto, esta porción del edificio necesita desarrollar factores de ductilidad muy por encima de los normales (con el consiguiente daño en esa planta) o el edificio sufre colapso. (Véase la ref 10.)

Sin duda los edificios de Caracas que tenían plantas altas rígidas no estaban diseñados en su planta baja con el exceso de resistencia y/o ductilidad que se necesita para evitar o contrarrestar esta situación. De aquí la correlación entre esta solución y el daño en planta baja o el colapso.

Se suma a estas consideraciones el hecho de que, aun en condiciones elásticas, la fuerza cortante basal puede incrementarse muy considerablemente (y el momento de volteo poco menos) por la rigidez de las plantas superiores.

La discusión que antecede se ha basado en la idealización de los edificios como vigas de cortante con una porción rígida. Sin embargo, las deformaciones axiales de las columnas alejan a estas estructuras de tal idealización, acercándolas algo a vigas de flexión pura, como sucede también con las chimeneas, pues los edificios en cuestión eran sumamente esbeltas. Este hecho invalida el principio de que la fuerza cortante basal es cuando mucho igual a $(A_1/g)W$, donde A_1 es la ordenada espectral correspondiente al periodo fundamental en un espectro hiperbólico envolvente del espectro de diseño, lo cual es válido si la planta baja solo se deforma en cortante; para chimeneas, por ejemplo, la fuerza cortante basal puede exceder en mas de 50 por ciento a este límite.

8. EXTRACTO Y CONCLUSIONES

Se analizaron edificios altos idealizados como vigas uniformes de cortante. Los temblores se idealizaron como segmentos finitos de procesos gaussianos estacionarios. Se usó un método de análisis mas refinado que el que toma la respuesta de diseño igual a la raíz de la suma de cuadrados de las respuestas modales.

Se analizaron también edificios idealizados como de planta baja flexible y plantas superiores rígidas.

El estudio se confina a sistemas de comportamiento lineal sin interacción suelo-estructura.

Se establecieron las siguientes conclusiones aplicables a los edificios de rigidez uniforme:

Para las estructuras en cuestión, la raíz de la suma de cuadrados de las respuestas modales suministra una aproximación satisfactoria.

El método estático de análisis que supone aceleraciones horizontales proporcionales a la altura sobre el terreno da resultados satisfactorios para el cálculo de cortantes, excepto para edificios muy altos sobre terreno duro cuando prevalecen para diseño los temblores de foco cercano; en este caso el método subestima algo las fuerzas cortantes próximas a la azotea. (Se sabe que en edificios no uniformes los errores pueden ser bastante mayores.)

Es cierto que la integral de las fuerzas cortantes estáticas sobrestima los momentos de volteo (salvo en el último piso). Sin embargo, no se justifican reducciones mayores de

un 25 por ciento por este concepto. El empleo de reducciones mas drásticas obedece a un análisis erróneo y a experiencia in suficiente y mal interpretada.

Se obtienen resultados satisfactorios tomando como momento de volteo, en análisis estático, el producto de la fuerza cortante en el nivel que interesa y la distancia de ese nivel al centro de gravedad de la porción del edificio que se halla arriba del mismo nivel.

Los criterios estáticos conocidos no dan una solución totalmente satisfactoria al problema de distribuir los momentos de volteo reducida entre elementos resistentes de muy diversa rigidez ni en edificios con rematamientos. En estos casos, cabe omitir la reducción para algunos elementos resistentes o acudir a análisis dinámico.

En los edificios altos con plantas superiores rígidas, se encontró que en la base la fuerza cortante se incrementa poco mas que el momento de volteo con respecto a edificios de rigidez uniforme. La impresión contraria derivada de observar los efectos del temblor de Caracas de 1967 se debe, sin duda, al fuerte incremento en cortante y muy severo también en momento de volteo basales que origina el aumento de rigidez, así como a las consecuencias que traen consigo las deformaciones axiales de las columnas y, sobre todo, a una redistribución desfavorable de la energía que se ha de absorber por deformación inelástica.

9. RECONOCIMIENTO

Algunos de los casos analizados se han tomado, en parte, del libro "Earthquake Engineering" por Nathan M. Newmark y Emilio Rosenblueth, que publicará Prentice-Hall, Inc.

Los autores agradecen la colaboración del Centro de Cálculo Electrónico de la Universidad Nacional Autónoma de México en la realización de los cálculos numéricos para el presente trabajo.

10. REFERENCIAS

1. L. Esteva, R. Díaz de Cossío y J. Elorduy, "El temblor de Caracas, 29 de julio 1967", Revista Ingeniería, Facultad de Ingeniería UNAM (1968).
2. Japan National Committee on Earthquake Engineering, "Niigata earthquake of 1964", Proc. Third World Conf. on Earthquake Engineering, Nueva Zelandia (1965).
3. E. Rosenblueth, "Sobre la respuesta sísmica de estructuras de comportamiento lineal", Segundo Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz (1968).
4. T. K. Caughey, "Classical natural modes in damped linear dynamic systems", Journal of Appl. Mechs., 27, Trans. ASME, 82, Serie E (1960), 269-271.
5. H. M. Westergaard, "Earthquake-shock transmission in tall buildings", Eng. News-Record, CXI (1933), 654-656.
6. E. Rosenblueth y J. I. Bustamante, "Distribution of structural responses to earthquakes", Proc. ASCE, 88, EM3 (1962) 75-106.

7. E. Rosenblueth, discusión del artículo de A. Arias y R. Husid, "Influencia del amortiguamiento sobre la respuesta de estructuras sometidas a temblor", Revista IDIEM, Santiago de Chile, 3, 1 (1964), 63-65.
8. Int. Assoc. for Earthquake Eng., "Earthquake resistant regulations. A world list" (1966).
9. J. E. Rinne, "Design criteria for shear and overturning moment", Memorias del Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Japón (1960).
10. E. Rosenblueth, "Tratamiento inelástico", Octava conferencia de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica en la Facultad de Ingeniería, UNAM, 6, III (1964).

Tabla 1. Valor del amortiguamiento equivalente en los 20 primeros modos naturales, para un amortiguamiento igual a 0.05

Modo	ζ_i
1	0.0659
2	0.0553
3	0.0531
4	0.0522
5	0.0517
6	0.0514
7	0.0512
8	0.0510
9	0.0509
10	0.0508

Modo	ζ_i
11	0.0507
12	0.0506
13	0.0506
14	0.0505
15	0.0505
16	0.0505
17	0.0504
18	0.0504
19	0.0504
20	0.0504

Tabla 2. Comparación de diversos criterios respecto al momento basal

Criterio	Reglamento	Espectro hiperbólico		Espectro uniforme	
		Dinámica	Integral cortante	Dinámica	Integral cortante
$\frac{M}{wh} \quad \frac{g}{A_1}$	0.666	0.520	0.637	0.516	0.521
J	—	0.816		0.989	

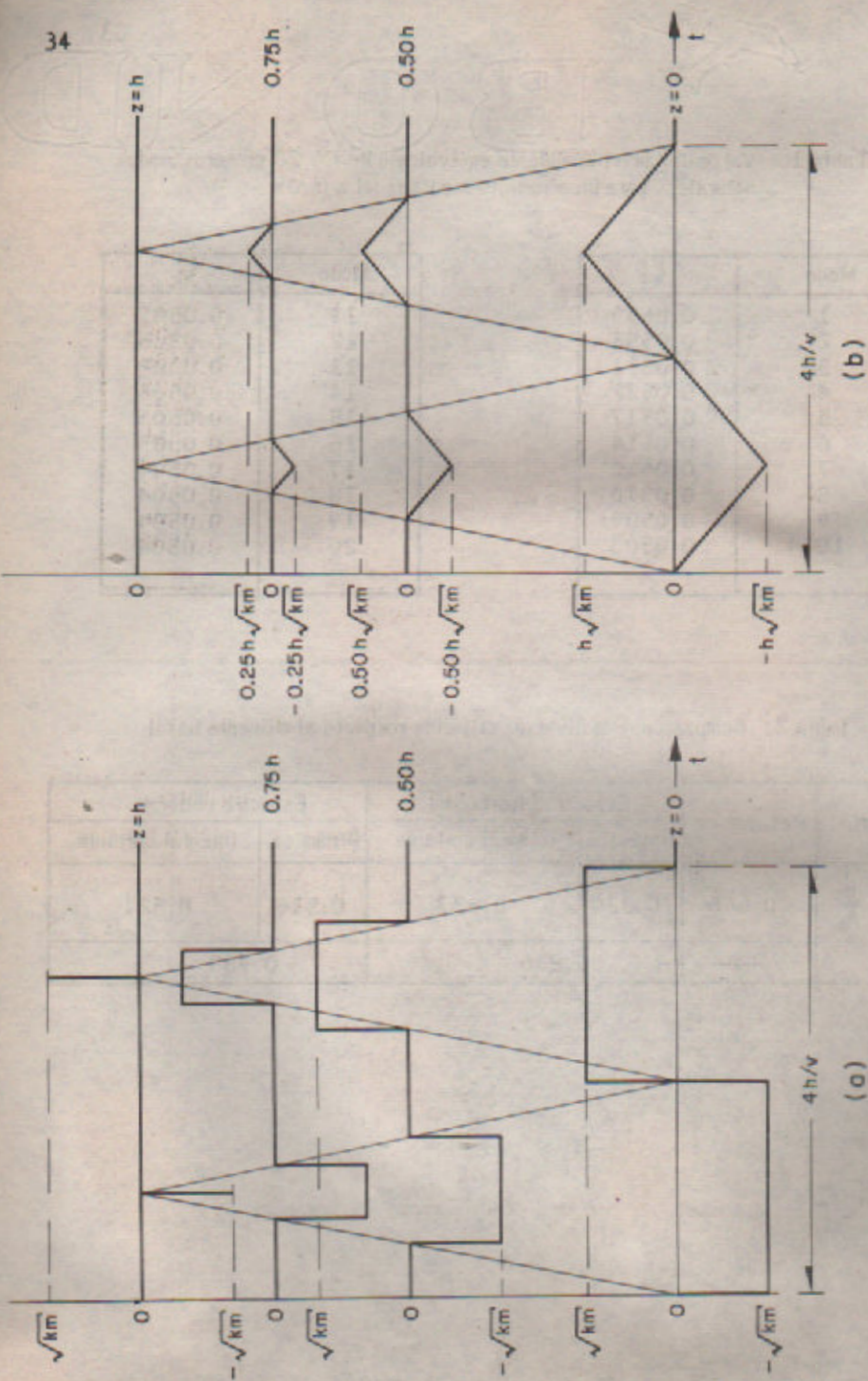


Fig 1 Funciones de transferencia en vigas uniformes de cortante

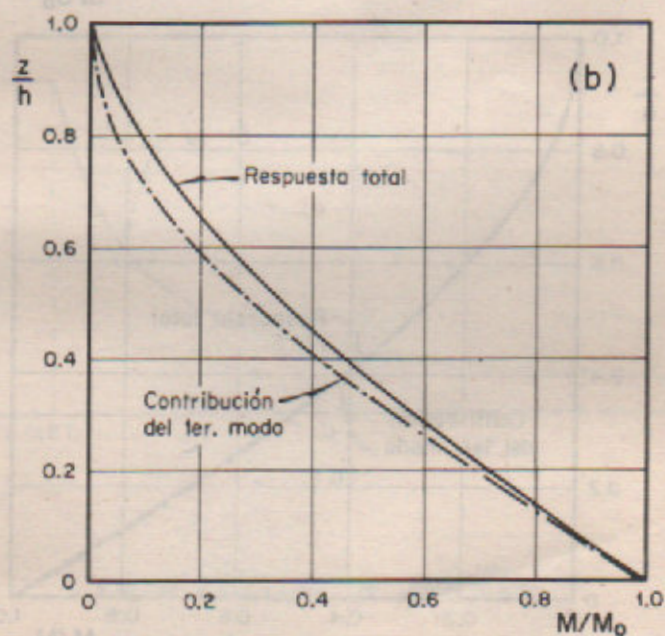
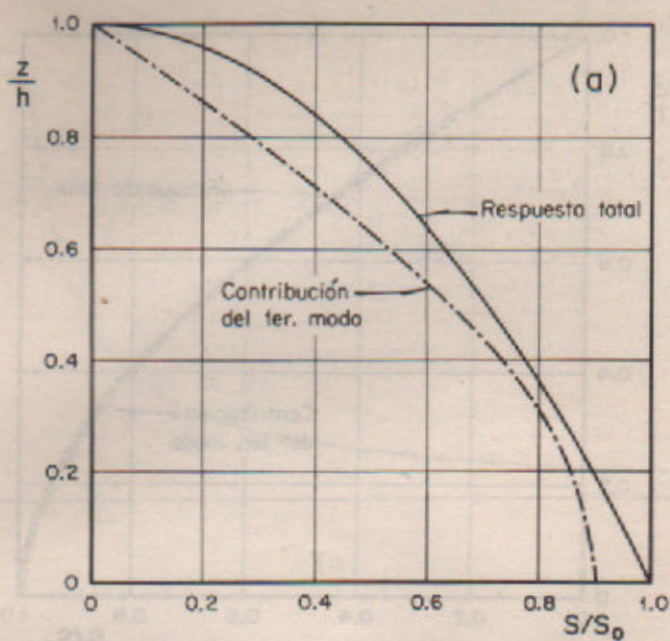


Fig 2 Distribución de cortantes y momentos para espectro hiperbólico de aceleración

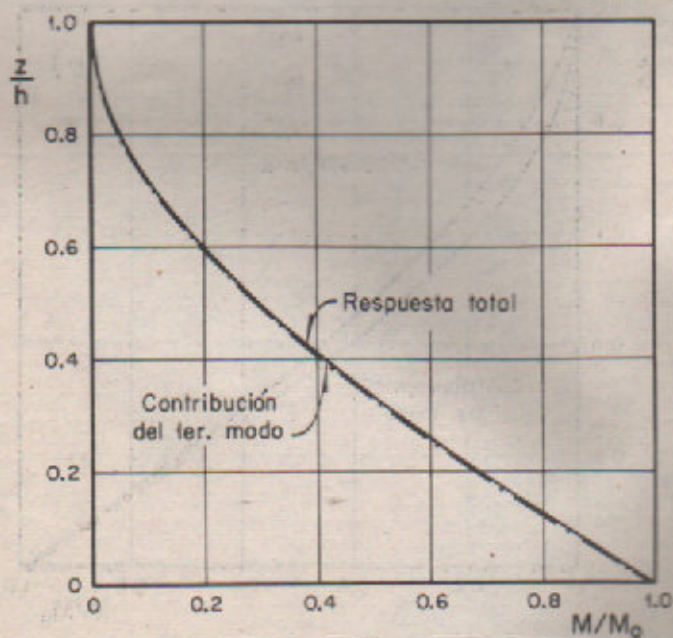
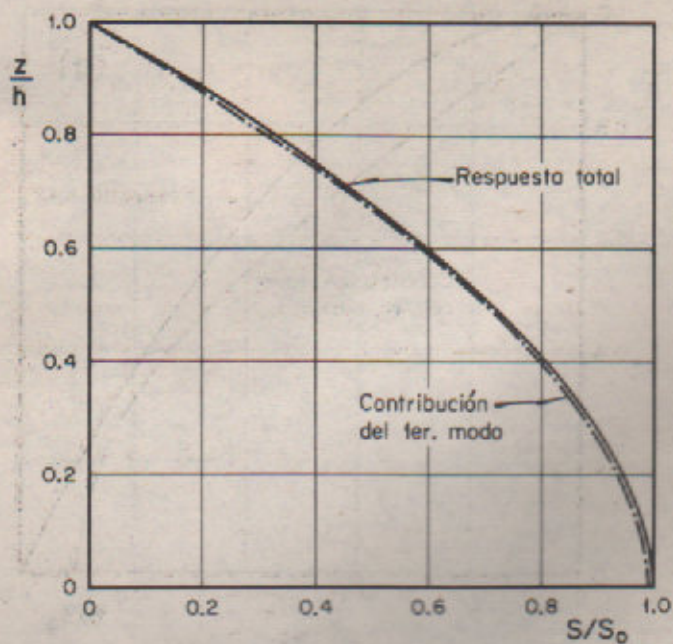


Fig 3 Distribución de cortantes y momentos para espectro uniforme de aceleración

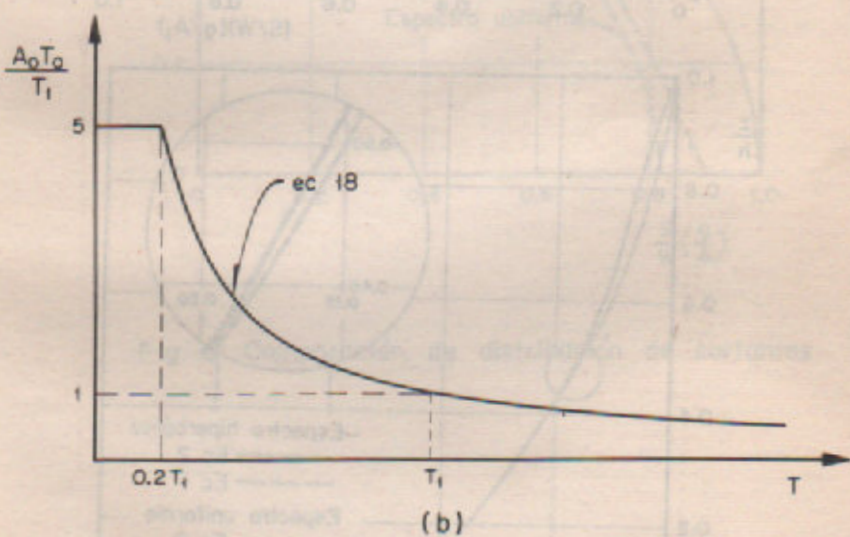
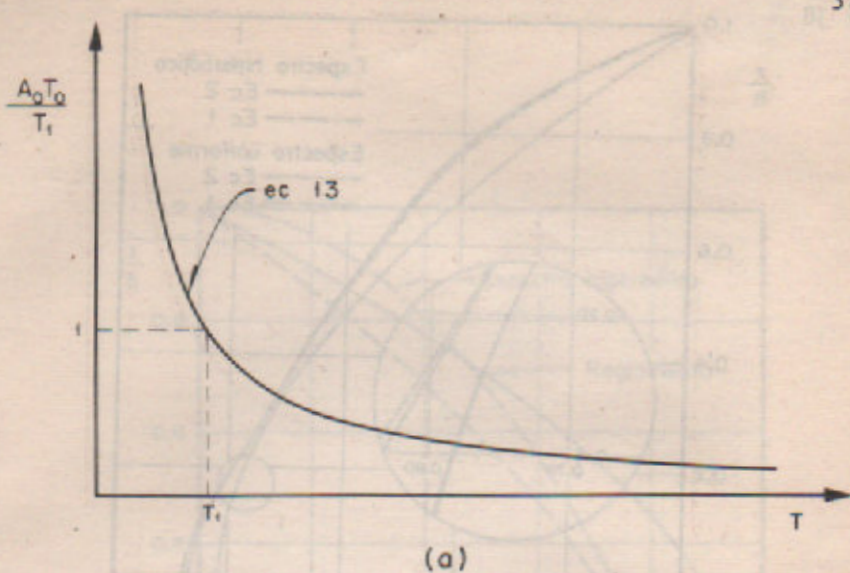


Fig 4 Espectros de aceleración

Fig 5 Distribución de respuestas para el espectro
uniforme de aceleración y para el de la
Fig 4(b)

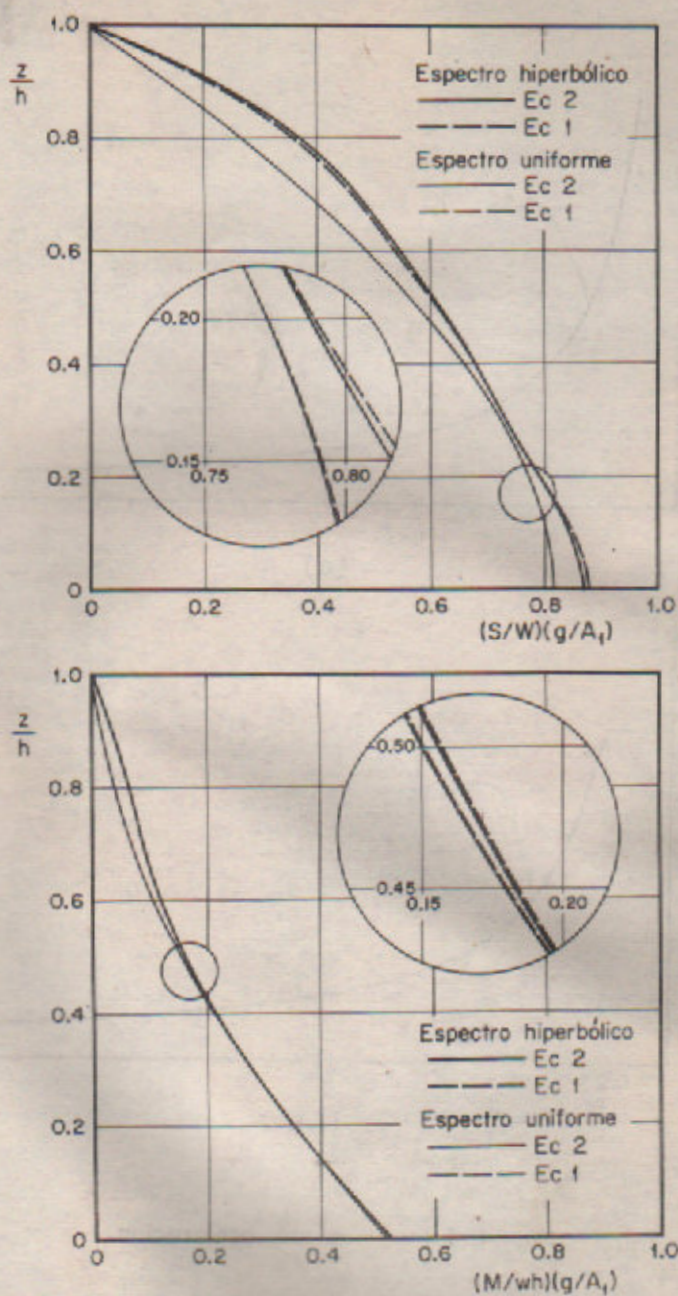


Fig 5 Distribución de respuestas para el espectro uniforme de aceleraciones y para el de la Fig 4(b)

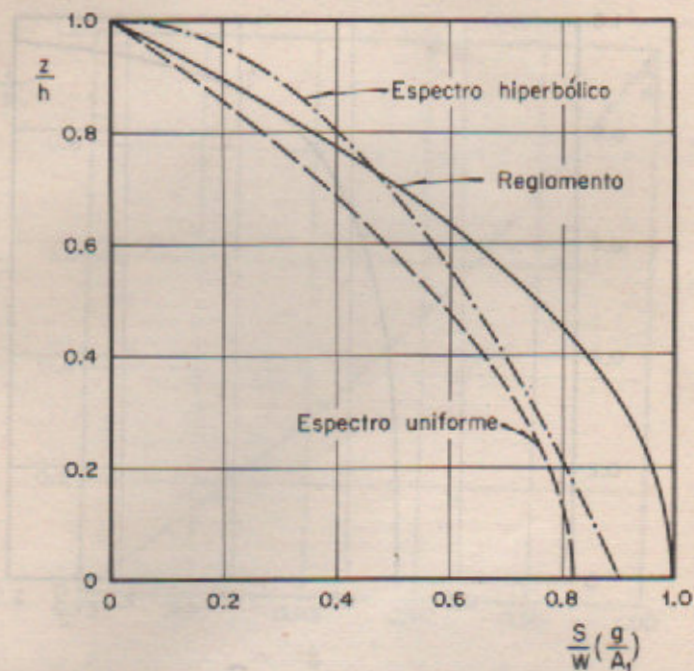


Fig 6 Comparación de distribución de cortantes

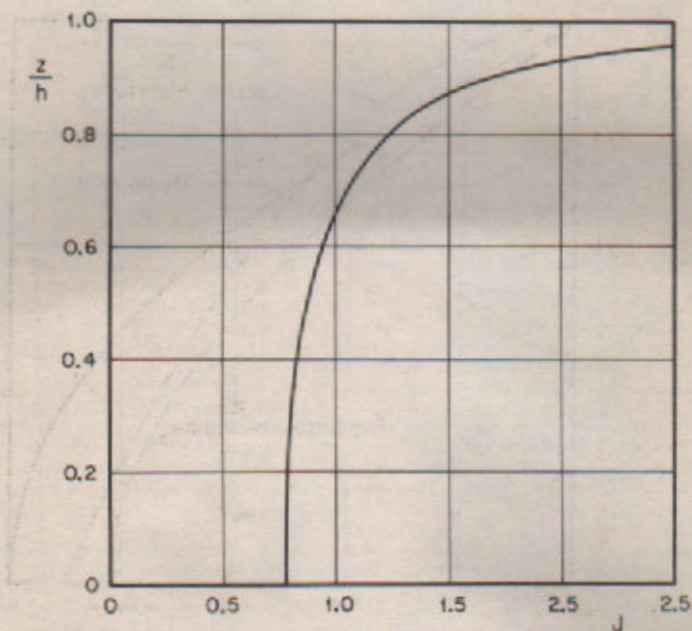


Fig 7 Distribución del factor reductivo que proporciona la integral de cortantes estáticos con espectro hiperbólico de aceleración

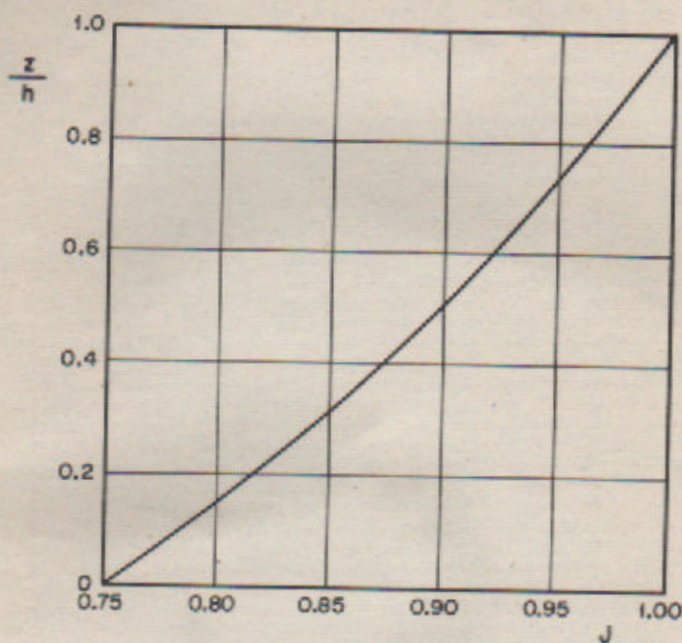


Fig 8 Factor de reducción proporcionado por las normas del Distrito Federal

Instituto de Ingeniería
División de Investigación de la Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad Universitaria, México 20, D. F.

MEXICO